# Ejercicios: 1er Parcial

1. Sea $X(n)$ un proceso estocástico normal con media $\mu_X(n) = 0$ y autocovarianza $\mathbb{C}\text{ov}_X(n, n+m) = e^{-2m}$, y sea $Y$ una variable aleatoria continua, independiente de $X(n)$, con función de densidad,

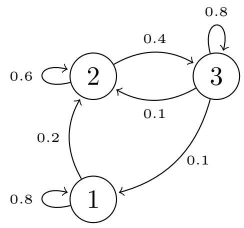
$$f_Y(y) = \begin{cases} 4y(1-y^2) & 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

Se define el proceso $Z(n) = Y + X(n)$. Calcula:

a) La media del proceso, $\mu_Z(n)$.
b) Su función de autocovarianza $\mathbb{C}\text{ov}_Z(n, n+m)$.
c) ¿Es $Z(n)$ débilmente o estrictamente estacionario?

*(3 Puntos)*

2. Dada la cadena de Markov con estados $\{1, 2, 3\}$ y diagrama de transición




y asumiendo que la distribución inicial es $\pi(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$ :

*a*) Encontrar la matriz de transición, caracterizar los estados y sus periodos.
*b*) Calcular la distribución de $X(1)$ y el valor medio de $X(1)(1 - X(1))^2$.
*c*) Calcular el número medio de visitas que la cadena hará al estado 2 y la probabilidad de que la cadena visitará el estado 1.
*d*) Calcular la distribución de $X(\infty)$, su valor medio y su varianza.

*(3 Puntos)*

3. Dada la cadena de Markov con estados $\{1, 2, 3, 4\}$ y matriz de transición

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1/6 & 2/3 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \end{pmatrix}$$

*a*) Dibujar el diagrama de transición, caracterizar los estados y sus periodos.
*b*) Calcular la distribución límite (si existe) empezando en el estado 2.
*c*) Calcular la probabilidad empezando en 1 de visitar el estado 4.
*d*) Calcular la distribución límite (si existe) empezando con distribución uniforme discreta en todos los estados.

*Nota: Para resolver el problema* ***NO*** *es necesario invertir matrices de dimensión* $4 \times 4$. *(4 Puntos)*